УДК 621.396

ДИСКРЕТНЫЙ СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ РЕКУРСИВНЫХ ФИЛЬТРОВ

В.Н. Бугров [1], ***С.Ю. Лупов*** [1], ***Н.Е. Земнюков*** [2], ***М.Н. Корокозов*** [2]

[1] Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского
[2] ОАО «Завод им. Г.И. Петровского»

bug@rf.unn.ru

Поступила в редакцию 10.02.2009

Рассматриваются вопросы моделирования и проектирования рекурсивных цифровых фильтров с учетом возможностей их практической реализации. Приводится постановка и решение задачи многофункционального синтеза цифровых фильтров с произвольной формой требуемых характеристик. Показана возможность решения такой задачи на базе численных методов дискретного нелинейного математического программирования. Приведен пример решения задачи дискретного многофункционального синтеза рекурсивного гауссова фильтра.

Ключевые слова: рекурсивный фильтр, многофункциональный синтез, нелинейное математическое программирование.

Состояние вопроса

Современные требования к функционированию цифровых фильтров весьма высоки. В частотной области, определяющей селективные свойства фильтра, он должен обладать совокупностью характеристик, таких как требуемые амплитудно-частотная (АЧХ), фазо-частотная характеристики (ФЧХ), требуемые характеристики групповой или фазовой задержки. Такие же требования могут быть заданы и по характеристикам фильтра во временной области. Поэтому актуальной является задача разработки методов синтеза цифровых фильтров с учётом совокупности требуемых характеристик. Такой синтез принято называть многофункциональным в отличие от многокритериального синтеза, синтеза только по одной требуемой характеристике, когда частная частотная характеристика, задаваемая на k дискретных точках частотного диапазона, при постановке задачи синтеза уже приводит к многокритериальной задаче. Как известно, синтез цифровых рекурсивных фильтров в различных формах их построения в настоящее время осуществляется по их аналоговому прототипу с применением метода билинейного преобразования либо метода инвариантности импульсной характеристики [1, 2, 3]. При этом проектирование фильтра с бесконечно-импульсной характеристикой (БИХ-фильтра) по аналоговому прототипу включает три основных этапа:

- определение требуемых свойств фильтра;
- аппроксимацию этих требований на основе использования физически реализуемых дискретных систем;
- реализацию системы при использовании арифметики с ограниченной точностью (проблема квантования параметров).

Можно указать принципиальные недостатки подобного подхода, отмечаемые и в литературе по проектированию цифровых фильтров. Рассмотрим эти недостатки подробнее.

1. Прежде всего это принципиальная невозможность многофункционального синтеза цифрового фильтра, т.к. никакие требования, кроме требований по АЧХ, выполнены быть не могут. Так, в литературе, например, прямо указывается на невозможность контроля либо удовлетворения требований по фазовым искажениям при расчёте рекурсивного фильтра по аналоговому прототипу, не говоря уже о требованиях по другим характеристикам.

2. Практическая невозможность синтеза цифрового фильтра с произвольной формой частотной характеристики, т.к. проблема аппроксимации произвольной АЧХ фильтра является самостоятельной и весьма непростой задачей. Поэтому по аналоговому прототипу синтезируют лишь фильтры с типовой формой АЧХ (ФНЧ, ФВЧ, полосовой), используя их аппроксимацию по Баттерворту, Чебышеву либо Кауэру.

3. Нелинейные деформации частотной шкалы фильтра, прямое несовпадение фазовых и импульсных характеристик цифрового фильтра с его аналоговым прототипом [1–3].

4. Классические методы синтеза непригодны при наложении каких-либо ограничений на значения параметров (коэффициентов) цифрового фильтра, что приводит к известной про-

блеме квантования параметров при реализации фильтра.

5. Никакие внешние условия, функциональные ограничения при синтезе цифрового фильтра по аналоговому прототипу не могут быть учтены.

Перечисленных выше недостатков слишком много, чтобы считать классические подходы к проектированию цифровых фильтров эффективными, качественными и современными. Многофункциональный синтез, т.е. синтез цифровых фильтров по совокупности требуемых характеристик с учётом требований их устойчивости и практической реализуемости, возможен в настоящее время только на основе численных методов нелинейного математического программирования [4, 5]. Этот подход инвариантен относительно синтезируемого объекта и не имеет принципиальных ограничений в решении. В настоящей работе рассмотрены основные идеи такого подхода.

Используемые модели

Рекурсивный цифровой фильтр, как известно [2, 3], является дискретной линейной системой, для которой соотношение между входной $x(n)$ и выходной $y(n)$ последовательностями определяется разностным уравнением (1), а передаточная функция – их Z-преобразованиями:

$$y(n) = -\sum_{k=1}^{N} a(k)y(n-k) + \sum_{k=0}^{M} b(k)x(n-k). \quad (1)$$

Интервал суммирования по k получил название окна фильтра. Входное окно фильтра составляет N+1 отсчет, выходное – M отсчетов, при этом значение N определяет порядок рекурсивного фильтра. Уравнение (1) можно трактовать и как расчетный алгоритм, в котором задержанные величины входной и выходной последовательностей умножаются на постоянные коэффициенты $b(k)$ и $a(k)$ соответственно и результаты умножения суммируются. Передаточная функция $H(z)$ на единичной окружности (т.е. при $|z| = 1$) является, как известно, частотной характеристикой фильтра и может быть полностью описана картиной полюсов и нулей в Z-плоскости:

$$H(e^{j\omega}) = A\frac{\prod_{i=1}^{M}(1 - z_i e^{-j\omega})}{\prod_{i=1}^{N}(1 - p_i e^{-j\omega})}.$$

Если система устойчива, то все полюсы p_i должны лежать внутри единичного круга и область сходимости будет содержать единичную окружность [3]. Таким образом, условие устойчивости, физической реализуемости рекурсивного фильтра может быть записано как система неравенств (функциональных ограничений) по всем полюсам коэффициента передачи в Z-плоскости:

$$|Zp_i| < 1. \quad (2)$$

В общем виде комплексный частотный коэффициент передачи цифрового фильтра стандартно можно записать как

$$H(e^{j\omega}) = \left|H(e^{j\omega})\right| e^{j\varphi(\omega)}.$$

Таким образом, основными характеристиками фильтра в частотной области являются:

1. Амплитудно-частотная характеристика как модуль коэффициента передачи $\left|H(e^{j\omega})\right|$.

2. Фазо-частотная характеристика как аргумент коэффициента передачи $\varphi(\omega)$.

3. Групповая задержка сигнала: $\tau_{gr} = -\partial\varphi / \partial\omega$.

4. Фазовая задержка: $\tau_з = -\varphi(\omega)/\omega$.

Рекурсивные фильтры, как известно, могут иметь различные формы построения [1, 2, 3]. Для определённости при рассмотрении в дальнейшем будем ориентироваться на один из наиболее распространенных способов реализации цифровых фильтров в виде каскадного (последовательного) включения звеньев второго порядка. Типовой формой передаточной функции каскадного соединения k звеньев второго порядка БИХ-фильтра является [3]

$$H(z) = H_0 \cdot \prod_{i=1}^{k} \frac{1 + b_{1i}z^{-1} + b_{2i}z^{-2}}{1 + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}},$$

где H_0 – нормирующий коэффициент.

Однако при синтезе по совокупности характеристик возникают серьёзные проблемы расчета общего нормировочного коэффициента H_0. Поэтому целесообразно внести нормировку в структуру звена, т.е. рассчитывать коэффициент передачи по соотношению:

$$H(z) = \prod_{i=1}^{k} \frac{b_{0i} + b_{1i}z^{-1} + b_{2i}z^{-2}}{a_{0i} + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}}. \quad (3)$$

Форма (3) коэффициента передачи рекурсивного фильтра позволяет легко отнормировать требуемую совокупность частотных характеристик фильтра и, главное, даёт возможность работать с весьма большими по величине значениями коэффициентов фильтра, что, в свою очередь, позволяет дискретизировать значение этих коэффициентов (например, целочисленно), в корне решая тем самым проблему квантования параметров и практической реализации фильтров. Необходимо отметить, что при практической реализации рекурсивного фильтра по модели (3) естественно возникают проблемы, связанные с конечной разрядностью внутренних аппаратных вычислений. Все эти аспекты будут рассмотрены в последующих публикациях.

Постановка задачи многофункционального синтеза

Как было сказано выше, синтез рекурсивных цифровых фильтров по совокупности требуемых характеристик с учётом требований их устойчивости и практической реализуемости возможен только методами нелинейного математического программирования (НМП). Это инвариантная и весьма эффективная методология решения формализованных задач, максимально ориентированная на современные вычислительные системы. Общая идея НМП состоит в привязке решения любой задачи к четкому инвариантному математическому признаку – экстремуму функции качества (цели) $F(X)$. Для любой задачи такую функцию в общем виде всегда можно сформировать (в компьютерных пакетах это обычно делает функциональный редактор). Имея такую функцию, решение любой задачи сводят к процедуре минимизации $F(\boldsymbol{X})$, то есть отысканию координат глобального экстремума (оптимальных параметров устройства), что обычно делается поисковыми методами [4, 5].

В общей трактовке постановку задачи нелинейного математического программирования можно записать так:

$$F^O(\boldsymbol{X}^O)=\min F(\boldsymbol{X}), \quad \boldsymbol{X} \in PX, \tag{4}$$

$$PX=PE \cup PD \cup PB \cup PI, \tag{5}$$

$$x_i^B \le x_i \le x_i^H, \quad i=\overline{1,\nu}, \tag{6}$$

$$\mathbf{g}_j(X)>\mathbf{0}, \quad j=\overline{1,\mu}. \tag{7}$$

Характерными особенностями задачи (4) являются, прежде всего, высокая размерность, нелинейность и полимодальность целевой функции, неоднородность суммарного пространства параметров PX, а также наличие системы нелинейных функциональных ограничений (7), определяющих конкретные особенности решаемой задачи. Соотношение (6) определяет прямые ограничения на значения независимых параметров (компонент вектора $\boldsymbol{X}$). Вектор $\boldsymbol{X}^O$, минимизирующий скалярную целевую функцию $F(\boldsymbol{X})$ на множестве допустимых решений (6), является эффективным решением задачи. Как видно, суммарное пространство параметров PX не является однородным, а состоит из непересекающихся подмножеств (5) переменных различного типа. Общее число таких подмножеств может быть любым, однако все они могут принадлежать только четырем теоретически возможным типам. Это может быть:

1) Непрерывное вещественное подмножество переменных $PE = E^k$ размерностью k, когда каждая переменная этого подмножества $p_i \in PE$, $i = \overline{1,k}$, может принимать любое значение на интервале своего определения (6);

2) Дискретное вещественное подмножество переменных $PD = D^l$ размерностью l, когда каждая переменная этого подмножества $q_i \in PD$, $i = \overline{1,l}$, может иметь только счетное число вещественных значений на интервале своего определения;

3) Счетное целочисленное подмножество переменных $PI = I^m$ размерностью m, когда каждая переменная этого подмножества $r_i \in PI$, $i=\overline{1,m}$, на интервале своего определения принимает значения натурального ряда чисел;

4) Счетное подмножество булевых переменных $PB = B^n$ размерностью n, в котором каждая переменная $b_i \in PB$, $i=\overline{1,n}$, на интервале своего определения может принимать только два значения: 0 или 1 (*false* или *true*).

При этом размерность суммарного пространства параметров $\nu= k + l + m + n$. Именно к задаче (4) в общей своей трактовке сводятся большинство современных прикладных задач синтеза, принятия решений. Покажем это на примере постановки задачи дискретного многофункционального синтеза рекурсивных цифровых фильтров, которую в общем виде можно записать так:

$$F(\boldsymbol{IX})=\sum_m \beta_m f_m(\boldsymbol{IX}), \tag{8}$$

$$F^O(\boldsymbol{IX}^J)=\min F(\boldsymbol{IX}), \quad \boldsymbol{IX} \in I^{6k}, \tag{9}$$

$$a_{di}^{н} \le a_{di} \le a_{di}^{в}, \quad d=\overline{0,2}, \quad i=\overline{1,k}, \qquad b_{di}^{н} \le b_{di} \le b_{di}^{в}, \quad d=\overline{0,2}, \quad i=\overline{1,k}, \tag{10}$$

$$\left|Z_{pi}\right| < 1 \quad i=\overline{1,k}, \tag{11}$$

где k – число звеньев второго порядка, d – индекс коэффициента передаточной функции звена (3).

Соотношение (8) определяет одну из наиболее часто используемых в векторных экстремальных задачах форм задания целевого функционала в виде аддитивной свёртки частных целевых функций $f(\boldsymbol{IX})$, которые определяют ту или иную частотную характеристику цифрового фильтра. Здесь β_i задает значимость (вес) характеристики (i-го частотного окна). Общая экстремальная задача (9) записана относительно дискретного целочисленного пространства параметров I^{6k}, размерностью $6k$. То есть предполагается решение наиболее сложной задачи синтеза цифрового фильтра с целочисленными значениями коэффициентов, что позволит реализовать фильтр на микропроцессорах с целочисленной арифметикой, наиболее дешёвых и производительных. Ограничения (10) задают границы изменения этих целочисленных коэффициентов и определяются разрядностью используемого микропроцессора. Функциональные ограничения (11) контролируют в процессе синтеза условие устойчивости, физической реализуемости (2) рекурсивного фильтра по всем полюсам коэффициента передачи.

Сами частные целевые функции $f_i(\boldsymbol{IX})$ формирует функциональный редактор пакета синтеза по критерию минимума среднеквадратичного отклонения (ненормированная (12) или нормированная (13) форма) либо в форме минимаксного критерия (14):

$$f_i(\boldsymbol{IX}) = \frac{1}{p} \cdot \sum_{n=1}^{p} \left[Y_n(\boldsymbol{IX}) - Y_n^T \right]^2, \qquad (12)$$

$$f_i(\boldsymbol{IX}) = \frac{1}{p} \cdot \sum_{n=1}^{p} \left[\frac{Y_n(\boldsymbol{IX}) - Y_n^T}{Y_n^{\mathrm{T}}} \right]^2, \qquad (13)$$

$$f_i(\boldsymbol{IX}) = \max_n \left\{ | Y_n(\boldsymbol{IX}) - Y_n^T |^2 \right\}, \qquad (14)$$

где $Y_{\mathrm{n}}(\boldsymbol{IX})$ – текущее значение характеристики на n-й дискретной частоте диапазона определения, а $Y_n^T(\boldsymbol{IX})$ – требуемое значение частотной характеристики.

Блок-схема компьютерной программы синтеза цифрового фильтра приведена на рис. 1. Здесь топологический редактор предназначен для ввода структуры синтезируемого цифрового фильтра в программу. Функциональный редактор осуществляет ввод в графическом режиме требуемых функциональных характеристик и формирует целевой функционал задачи синтеза в форме (8). Программный алгоритмический комплекс осуществляет поисковое итеративное решение экстремальной задачи НМП (9) в заданном пространстве параметров [5, 6], обращаясь к модельному блоку программы для расчёта текущих функциональных характеристик фильтра по заданной его модели. После отыскания эффективного решения осуществляется подробное его исследование в модуле анализа с построением графиков всех характеристик фильтра, их распечаткой и формированием стандартного протокола решения задачи синтеза.

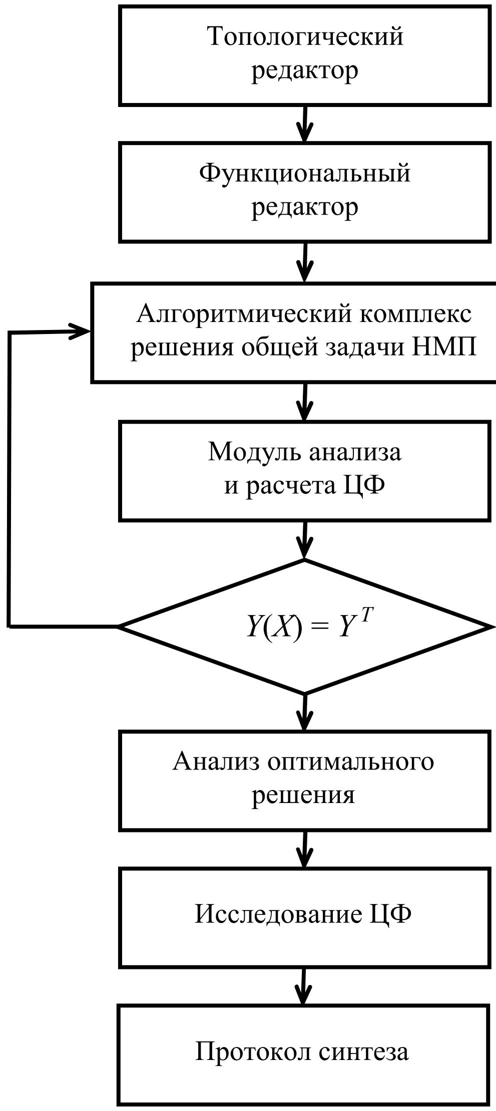

Рис. 1. Блок-схема программы синтеза фильтра

Дискретный синтез цифрового гауссова фильтра

Рассмотрим в качестве примера решение конкретной задачи многофункционального дискретного синтеза рекурсивного гауссова фильтра, широко используемого в современной радиоэлектроннной аппаратуре. Нормированная резонансная характеристика для гауссовой кривой имеет следующий вид [7]:

$$y\ (\xi) = e^{-\frac{\xi^2}{\alpha}}, \qquad (15)$$

где $\xi = f - f_0$ – абсолютная расстройка от резонансной частоты, а параметр α определяет нормированную полосу пропускания гауссовой кривой:

$$\alpha = \frac{n^2}{4 \ln\sqrt{2}}.$$

В качестве базовой структуры фильтра выберем форму каскадного соединения шести БИХ-звеньев второго порядка с передаточной функцией (2). Предполагая реализацию фильтра на микропроцессоре с целочисленной арифметикой и разрядностью по шине данных $pr = 16$, можно определить нижние и верхние максимальные границы изменения знакопеременных параметров (коэффициентов) фильтра по следующим соотношениям соответственно:

$$a_i^н = b_i^н \geq -2^{pr-1} \text{ и } a_i^в = b_i^в \leq +2^{pr-1} - 1 . \quad (16)$$

Тогда для указанной разрядности микропроцессора выберем конкретные границы изменения параметров (прямые ограничения) $a_i^н = = b_i^н = -20000$ и $a_i^в = b_i^в = +20000$, что полностью удовлетворяет неравенствам (16).

Определив дискретность параметров как целочисленную, задачу уже целочисленного нелинейного программирования (ЦНП) для синтеза гауссова фильтра можно записать так:

$$F^O(\boldsymbol{IX}^O) = \min F(\boldsymbol{IX}) , \quad \boldsymbol{IX} \in I^{36} , \quad (17)$$

$$-20000 \leq a_{di} \leq +20000 , \ d=\overline{0,2} , \ i=\overline{1,6} , \quad -20000 \leq b_{di} \leq +20000 , \ d=\overline{0,2} , \ i=\overline{1,6} , \quad (18)$$

$$\left|Z_{pi}\right| < 1 \quad i=\overline{1,6} . \quad (19)$$

Таким образом, минимизацию целевого функционала необходимо осуществлять на 36-мерном целочисленном пространстве параметров в допустимой области (18) при выполнении функциональных ограничений устойчивости фильтра (19) по всем полюсам передаточной функции (3).

Сам целевой функционал (20) данной задачи

$$F(\boldsymbol{IX}) = \beta_1 f_1(\boldsymbol{IX}) + \beta_2 f_2(\boldsymbol{IX}) + \beta_3 f_3(\boldsymbol{IX}) + \beta_4 f_4(\boldsymbol{IX}) \quad (20)$$

формировался в четыре частотных окна по следующим частотным характеристикам фильтра:

- АЧХ фильтра $f_1(\boldsymbol{IX})$ с весом $\beta_1 = 0.1$, рассчитанной по соотношению (15) для заданной полосы пропускания гауссова фильтра (см. табл. 1);
- АЧХ фильтра $f_2(\boldsymbol{IX})$ с весом $\beta_2 = 0.2$, определяющей внеполосное (вне гауссова лепестка) подавление на всём интервале цифровых частот от 0 до π;
- линейной ФЧХ фильтра $f_3(\boldsymbol{IX})$ в полосе пропускания (вес $\beta_3 = 1.0$);
- постоянной функции групповой задержки фильтра $f_4(\boldsymbol{IX})$ в полосе пропускания; оконный вес $\beta_4 = 1.0$.

Указанные функции характеристик графически вводились в соответствующее окно функционального редактора пакета синтеза и затем оцифровывались. Требуемые показатели синтезируемого фильтра приведены во втором столбце табл. 1. В третьем столбце указаны эти показатели по результатам синтеза для частоты дискретизации 60 кГц. Время решения задачи на ЭВМ не превышало 20 минут, причём начальное значение целевого функционала (20) составляло 492, а значение в точке оптимума составляло 0.06 при полном выполнении условий устойчивости фильтра.

В таблице 2 приведены оптимальные значения целочисленных коэффициентов передаточной функции фильтра, а на рис. 2–5 представлены графики его функциональных характеристик по всем окнам синтеза, а также ФЧХ и фазовая

Таблица 1

Функциональные показатели фильтра	Задание	Синтез на ЭВМ
1. Центральная частота, кГц	8.0	8.015
2. Полоса пропускания, кГц	1.5	1.51
3. Среднеквадратичная ошибка реализации гауссовой формы в полосе по уровню 0.1, не более	0.05	0.035
4. Фазовые искажения в полосе, град	5	3.7
5. Неравномерность времени групповой задержки в полосе, мс	0.04	0.02

Таблица 2

Звено фильтра	Коэффициенты передаточной функции фильтра					
	a0	**a1**	**a2**	**b0**	**b1**	**b2**
1	12823	–14974	9218	–5726	–5464	–19891
2	–15248	–730	–657	–16943	14621	–1354
3	14408	–15438	11965	4847	–10134	6864
4	17114	–17595	1054	–15007	13654	–15636
5	–14409	18904	–11873	16725	–10609	–5021
6	–18299	14204	–10260	–19932	14069	12216

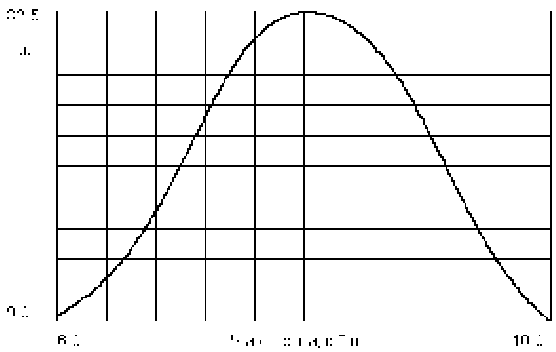

Рис. 2. АЧХ фильтра

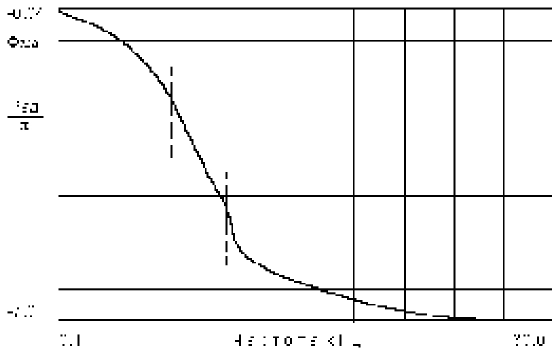

Рис. 6. ФЧХ в интервале цифровой частоты от 0 до π

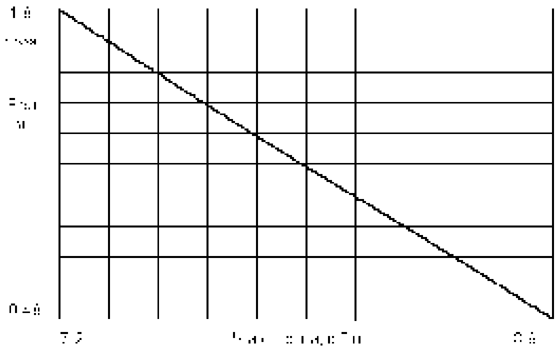

Рис. 3. ФЧХ фильтра в полосе

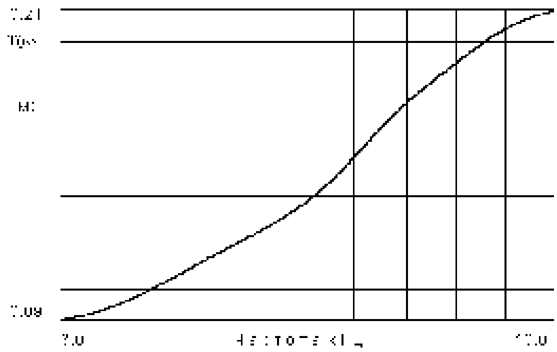

Рис. 7. Функция фазовой задержки

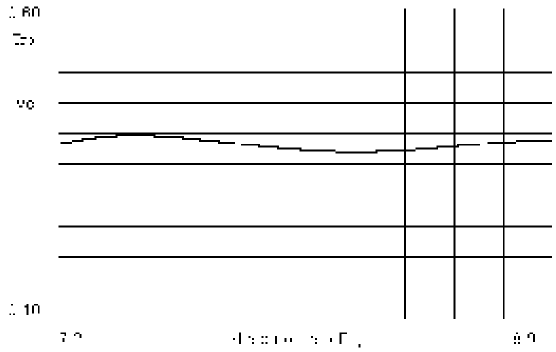

Рис. 4. Групповая задержка в полосе

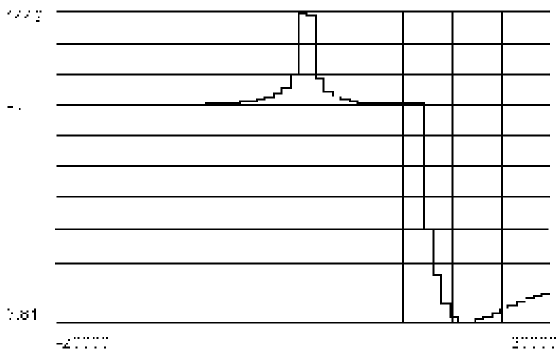

Рис. 8. Разрез ЦФ по параметру a01

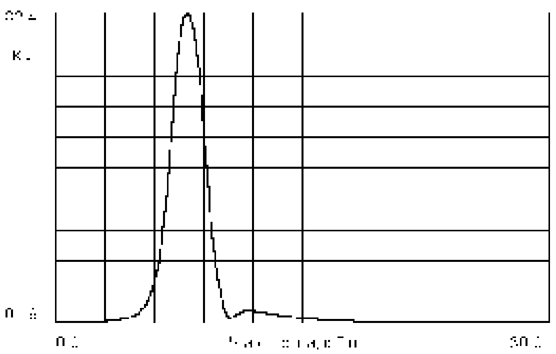

Рис. 5. АЧХ в интервале цифровой частоты от 0 до π

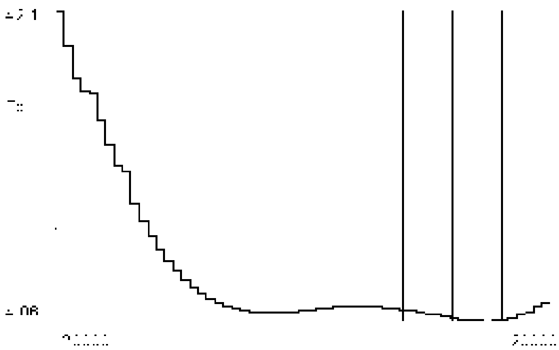

Рис. 9. Разрез ЦФ по параметру b05

задержка фильтра на широком интервале цифровой частоты (рис. 6, 7). Как видно из таблиц и рисунков, все требования по функциональным показателям и характеристикам гауссова фильтра были выполнены с высокой точностью и ошибка реализации гауссовой формы АЧХ была минимальной.

На рис. 8–9 приведены графики координатных разрезов целевой функции по двум её параметрам в точке оптимума.

Обсуждение результатов

Методы нелинейного математического программирования в приложении к задачам проектирования радиоэлектронных устройств, цифровых рекурсивных фильтров в частности, позволяют существенно повысить качество проектируемого объекта, заметным образом сократить время его разработки. Из материалов, приведённых в статье, видно, что в сравнении с традиционными методами синтеза рекурсивных цифровых фильтров по их аналоговому прототипу дискретное нелинейное программирование имеет ряд достоинств:

1. Позволяет осуществлять синтез фильтра по совокупности требуемых его характеристик, причём можно легко управлять приоритетом функциональных характеристик в процессе синтеза фильтра.

2. Форма характеристик может быть произвольная, частотная шкала – линейная. Важные участки характеристик могут быть выделены в отдельное функциональное окно для обеспечения их детальной проработки в ходе синтеза.

3. Устойчивость решения может быть гарантирована приоритетным выполнением функциональных условий устойчивости в процессе синтеза фильтра.

4. Пространство варьируемых параметров фильтра может быть дискретизировано целочисленно, что в корне снимает проблему квантования параметров, свойственную традиционным методам синтеза рекурсивных цифровых фильтров по аналоговому прототипу.

Указанные особенности и достоинства рассмотренного метода синтеза позволяют осуществить перевод цифровых фильтров на микропроцессоры с целочисленной арифметикой при том же качестве цифровой фильтрации, что существенно повысит производительность, расширит частотный диапазон фильтров и существенно снизит их стоимость. Графики разрезов на рис. 8, 9 показывают, что целевые функции в задачах дискретного многофункционального синтеза цифровых фильтров имеют весьма сложный, полимодальный характер. Минимизация таких функций является весьма непростой задачей. Тем не менее разработанный программно-алгоритмический комплекс успешно справился с этой задачей, показав высокую надёжность и эффективность.

Список литературы

1. Каппелини В., Константинидис А. Дж., Эмлиани П. Цифровые фильтры и их применение. М.: Энергоатомиздат, 1983. 360 с.

2. Антонью А. Цифровые фильтры: анализ и проектирование. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.

3. Кривошеев В.И. Цифровая обработка сигналов: Учебное пособие. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2006. 207 с.

4. Воинов Б.С., Бугров В.Н., Воинов Б.Б. Информационные технологии и системы: поиск оптимальных, оригинальных и рациональных решений. М.: Наука, 2007. 730 с.

5. Богатырев Ю.К., Бугров В.Н., Воронков Ю.В. Компьютерный анализ и синтез радиотехнических устройств: Учебное пособие. Н. Новгород: Изд-во НГТУ, 1996. 96 с.

6. Бугров В.Н. Решение общей задачи нелинейного программирования поисковыми методами // Тр. 7-ой научной конференции по радиофизике. 8 мая 2003 г. / Ред. А.В. Якимов. Н. Новгород: ТАЛАМ, 2003. 163 с.

7. Гончаров Г.А., Зубаткин О.Ю., Лопатин П.А. Расчет фильтра с АЧХ, близкой к гауссовой кривой // В сб.: Техника средств связи. Вып. 5. 1978. 43 с.

DISCRETE SYNTHESIS OF IIR FILTERS

V.N. Bugrov, S.Yu. Lupov, N.E. Zemnyukov, M.N. Korokozov

The simulation and development of infinite impulse response (IIR) filters taking into account the possibilities of their practical realization are considered. The problem statement and solution of multifunctional synthesis of digital filters with arbitrary-shaped characteristics are given. It is shown that such a problem can be solved on the basis of numerical methods of discrete nonlinear mathematical programming. As an example, the problem solution of discrete multifunctional synthesis of a recursive Gaussian filter is given.

Keywords: recursive filter, multifunctional synthesis, nonlinear mathematical programming.