

УДК 621.37:621.391

О НЕКОТОРЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ И ПРОБЛЕМАХ СОВРЕМЕННОГО ЦИФРОВОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

© 2011 г.

В.И. Кривошеев, С.Ю. Лунов

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

krivosheev@rf.unn.ru

Поступила в редакцию 21.03.2011

Рассмотрены алгоритмы оценивания спектральной плотности мощности (СПМ) стационарных случайных процессов дискретного времени, в том числе классические (периодограммный и коррелограммный) и параметрические, основанные на моделях авторегрессии–скользящего среднего и модели Прони. Обсуждены их возможности и проблемы, достоинства и недостатки в применении к анализу сигналов ограниченной длительности.

Ключевые слова: периодограммная оценка спектра, модель авторегрессии–скользящего среднего, метод Прони, параметрическое спектральное оценивание.

Введение

Оценивание спектральной плотности мощности (СПМ) дискретизованных детерминированных и случайных процессов обычно выполняется с помощью процедур, использующих быстрое преобразование Фурье (БПФ) для вычисления дискретного преобразования Фурье. Такой подход к спектральному анализу эффективен в вычислительном отношении и обеспечивает получение приемлемых результатов для большого класса сигнальных процессов, однако ему присущ ряд принципиальных ограничений. Наиболее важное из них – это ограничение частотного разрешения, т.е. способности различать спектральные линии двух и более сигналов. Частотное разрешение в герцах примерно равно величине, обратной временному интервалу в секундах, на котором можно получить отсчеты сигнала, и не зависит от вида анализируемого сигнала. Второе ограничение обусловлено неявной весовой обработкой данных при вычислении БПФ. Взвешивание проявляется в виде «утечки» в частотной области, т.е. энергия главного лепестка спектральной линии «утекает» в боковые лепестки, что приводит к наложению и искажению спектральных линий других присутствующих сигналов. Правильный выбор функции окна, значения которой спадают на краях, позволяют ослабить утечку в боковые лепестки, однако лишь за счет снижения разрешающей способности. Указанные ограничения особенно сильно проявляются при анализе коротких записей данных, с которы-

ми чаще всего и приходится иметь дело на практике.

В течение нескольких последних десятилетий предложено большое число самых различных процедур спектрального оценивания, которые разработаны для того, чтобы, так или иначе, ослабить ограничения, присущие подходу на основе БПФ. Часто об анализируемом процессе известна некоторая совокупность сведений, позволяющая выбрать модель процесса, хорошо его аппроксимирующую. В этом случае можно, как правило, получить более точную спектральную оценку, определяя по результатам измерений параметры выбранной модели, число которых обычно невелико и согласовано с числом отсчетов сигнала. Ценность такого подхода в том, что при хорошем соответствии выбранной модели наблюдаемым данным получают более точные оценки СПМ при более высоком разрешении, чем при традиционном подходе на основе БПФ, поскольку отпадает необходимость в функциях окна и устраняются связанные с ними искажения. Платой за улучшение оценок СПМ оказывается возрастание вычислительной сложности алгоритмов получения оценок, которая стала успешно преодолеваться только на современном уровне развития вычислительной техники. Современный цифровой спектральный анализ – это оценка СПМ на основе параметрических моделей случайных процессов, которые, в частности, моделируются как выходные сигналы стационарных линейных систем дискретного времени при возбуждении их белым шумом (модели авторегрессии–скользящего среднего) либо единичным им-

пульсом, реакция на который есть импульсная характеристика системы (детерминированная модель Прони). Большое количество доступных опубликованных работ посвящено проблемам современного спектрального анализа, часть которых приведена в [1–6]. Цель настоящей работы высказать взгляд авторов на некоторые возможности и проблемы цифрового спектрального анализа по результатам собственных работ и в процессе преподавания в ННГУ курсов, посвященных цифровой обработке сигналов.

Постановка задачи определения спектральной плотности мощности

Рассмотрим в общем случае комплексный стационарный случайный процесс дискретного времени $x[n]$ с нулевым средним и корреляционной функцией $r_{xx}[m] = \langle x[n+m]x^*[n] \rangle$. Спектральная плотность мощности процесса $x[n]$ определяется как дискретно-временное преобразование Фурье (ДВПФ) автокорреляционной последовательности (АКП)

$$P_{xx}(f) = T \sum_{m=-\infty}^{\infty} r_{xx}[m] e^{-j2\pi f m T}, \quad (1)$$

где T – период временной дискретизации, $-1/2T \leq f \leq 1/2T$.

Допущение об эргодичности позволяет ввести еще одно определение СПМ:

$$P_{xx}(f) = \lim_{M \rightarrow \infty} \left\langle \frac{1}{(2M+1)T} \left| T \sum_{n=-M}^M x[n] e^{-j2\pi f n T} \right|^2 \right\rangle. \quad (2)$$

Метод определения СПМ на основе (1) называют косвенным (коррелограммным), поскольку случайный процесс $x[n]$ непосредственно не используется для оценки СПМ. Определение СПМ по формуле (2) называют прямым методом (периодограммным), т.к. процесс $x[n]$ непосредственно используется в расчете СПМ.

Предположим, что мы располагаем N отсчетами $x[n]$, $n = 0, \dots, N-1$, реализации случайного процесса, по которым требуется оценить $P_{xx}(f)$. Из определений (1) и (2) понятно, что точное определение СПМ невозможно, поскольку в первом случае требуется оценка бесконечного числа значений АКП, а во втором – требуется знание $x[n]$ для всех целых n и всей совокупности реализаций процесса для выполнения операции статистического усреднения. Поэтому в указанной постановке возможно лишь получение оценок СПМ на основе подхода, называемого классическим (непараметриче-

ским) спектральным оцениванием. С другой стороны, если предположить, что АКП процесса удовлетворяет, например, соотношению

$$r_{xx}[m] = -\sum_{k=1}^p a[k] r_{xx}[m-k] \quad \text{для } m \geq p+1,$$

то мы можем рассчитать значения АКП для любых $m \geq p+1$, зная начальные значения АКП $r_{xx}[m]$, $m = 1, 2, \dots, p$ и параметры $a[k]$, $k = 1, 2, \dots, p$. Добавляя $r_{xx}[0]$ к этому набору сведений о процессе, получаем всю необходимую информацию для точного расчета $P_{xx}(f)$. Характерное свойство этого подхода в том, что предполагается справедливой модель для автокорреляционной функции или, что эквивалентно, для СПМ, которая полностью определяется конечным числом параметров. Таким образом, задача оценивания СПМ по конечному набору данных может быть сведена к математически корректной задаче определения конечного числа параметров модели. Из теории статистического оценивания известно, что если $N \gg p+1$, оценки $r_{xx}[m]$, $m = 1, 2, \dots, p$, и, следовательно, СПМ будут хорошими. При моделирующем (параметрическом) подходе к спектральному оцениванию очень важен выбор правильной модели, которая позволяет отобразить характерные свойства оцениваемой СПМ при минимальном числе параметров модели.

Классическое (непараметрическое) спектральное оценивание

Начнем рассмотрение с наиболее популярного в практическом применении периодограммного оценивания СПМ, основанного на соотношении (2). При наличии конечного множества данных $x[n]$, $0 \leq n \leq N-1$, и единственной реализации соотношение (2) преобразуется в СПМ выборки или периодограмму:

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{xx}(f) &= \frac{1}{NT} \left| T \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi f n T} \right|^2 = \\ &= \frac{T}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi f n T} \right|^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Показано [2], что среднее значение оценки $\tilde{P}_{xx}(f)$ совпадает с истинной СПМ, а дисперсия оценки не стремится к нулю при $N \rightarrow \infty$, ее среднеквадратичное значение при любом N сравнимо со средним значением (оцениваемым спектром):

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \langle \tilde{P}_{xx}(f) \rangle = P_{xx}(f); \text{ var}\{\tilde{P}_{xx}(f)\} = P_{xx}^2(f) \left\{ 1 + \left(\frac{\sin 2\pi f T N}{N \sin 2\pi f T} \right)^2 \right\}.$$

Таким образом, периодограмма – асимптотически несмещенный оценитель СПМ, но несостоятельный, поскольку дисперсия оценки не стремится к нулю с увеличением N . Причина того, что периодограмма – плохой оценитель СПМ в том, что при вычислении ее с помощью N -точечного ДПФ мы пытаемся оценить $N/2$ неизвестных параметров, т.е. значения $\{P_{xx}(f_0), P_{xx}(f_1), \dots, P_{xx}(f_{N/2})\}$. При увеличении N качество оценки не улучшается, поскольку мы оцениваем пропорционально увеличивающееся число параметров.

Предложен ряд модификаций соотношения (3), суть которых сводится к сглаживанию оценки путем введения псевдоусреднения по некоторому ансамблю [2]. Наибольшую популярность в настоящее время получил метод Уэлча (Welch), идея которого состоит в образовании псевдоансамбля периодограмм за счет разбиения наблюдаемых данных на перекрывающиеся сегменты и обработки каждого сегмента с помощью окна данных.

Если запись комплексных данных $x[n]$, $0 \leq n \leq N-1$, разбита на P сегментов по D отсчетов в каждом со сдвигом S отсчетов между соседними сегментами ($S \leq D$), то максимальное число сегментов P есть целая часть величины $\left[\frac{N-D}{S} \right] + 1$. После взвешивания окном $w[n]$ сегмент с номером p ($0 \leq p \leq P-1$) будет содержать отсчеты

$$x^{(p)}[n] = w[n]x[n + pS], 0 \leq n \leq D-1.$$

Выборочный спектр p -го сегмента определяется выражением

$$\tilde{P}_{xx}^{(p)}(f) = \frac{1}{UDT} |X^{(p)}(f)|^2,$$

где $X^{(p)}(f) = T \sum_{n=0}^{D-1} x^{(p)}[n] e^{-j2\pi f n T}$ – ДВПФ сегмента, $U = T \sum_{n=0}^{D-1} w^2[n]$ – энергия окна. Среднее значение сегментных периодограмм определяет оценку СПМ по Уэлчу:

$$\hat{P}_w(f) = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} \tilde{P}_{xx}^{(p)}(f). \quad (4)$$

Дисперсия периодограммы Уэлча (4) примерно обратно пропорциональна числу сегментов, т.е.

$$\text{var}\{\hat{P}_w(f)\} \cong \frac{P_{xx}^2(f)}{P}$$

в предположении независимости сегментов (хотя перекрытие сегментов приводит, конечно, к некоторой их взаимозависимости). Благодаря перекрытию по заданной записи данных можно сформировать большее число сегментов и уменьшить величину дисперсии. Среднее значение периодограммы Уэлча равно

$$\langle \hat{P}_w(f) \rangle = \frac{1}{U} \int_{-1/2T}^{1/2T} |W(f - \xi)|^2 P_{xx}(\xi) d\xi, \quad (5)$$

где

$$W(f) = T \sum_{n=0}^{D-1} w[n] e^{-j2\pi f n T} \quad (6)$$

– ДВПФ окна данных. Таким образом, смещение спектральной оценки, т.е. разность между ее средним значением (5) и истинным спектром, определяется длиной сегмента D и спектром выбранного окна данных (6). Выбором формы окна можно в определенной степени управлять эффектами, вызванными сверткой спектров (5), а именно, размыванием пиков и провалов спектров, утечкой энергии пиков в боковые лепестки и т.д. Длина сегмента определит ширину главного лепестка спектра окна и частотное разрешение $\Delta f \cong 1/DT$. Очевидно, что мы вынуждены обменивать смещение (или, что эквивалентно, частотное разрешение) на дисперсию спектральной оценки выбором D . На практике обычно используют процедуру «закрывтия окна» при вычислении усредненной периодограммы Уэлча, когда выбранную поначалу малую величину D при гладкой спектральной оценке постепенно увеличивают до тех пор, пока не будут получены все спектральные детали возможно при значительных флуктуациях в оценке.

Другая техника, полезная для практики, состоит в предварительном отбеливании спектра данных до процедуры спектрального оценивания [3]. Для процесса, являющегося белым шумом, СПМ которого постоянная величина $P_{xx}(f) = T\rho_w$, (ρ_w – дисперсия шума), среднее периодограммы Уэлча, определяемое сверткой (5), будет равно

$$\langle \hat{P}_w(f) \rangle = \frac{T\rho_w}{U} \times \int_{-1/2T}^{1/2T} |W(f - \xi)|^2 d\xi = \frac{T\rho_w}{U} \int_{-1/2T}^{1/2T} |W(\xi)|^2 d\xi = T\rho_w.$$

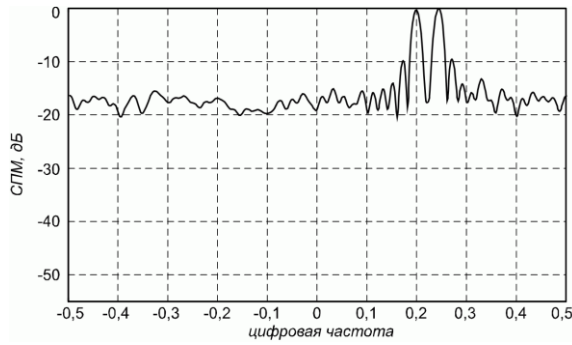


Рис. 1

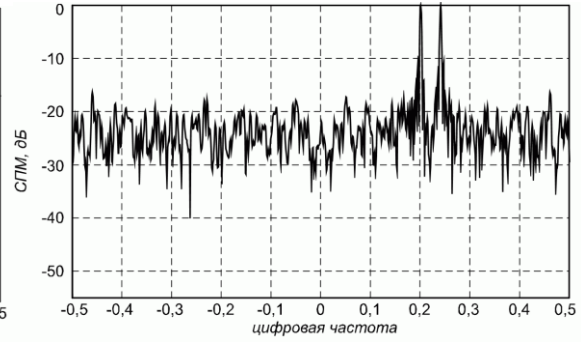


Рис. 2

Следовательно, независимо от величины D и формы окна оценка спектра несмещенная. Это тот случай, когда в СПМ отсутствуют пики и провалы и обработка окном бесполезна, а параметр D можно выбрать достаточно малым для уменьшения дисперсии. Поэтому, если мы знаем общую форму СПМ (возможно без деталей) будет целесообразной фильтрация данных линейным фильтром для получения на его выходе сигнала с более плоской СПМ, чем на входе. После нахождения СПМ выходного сигнала она делится на квадрат модуля частотной характеристики фильтра для получения оценки СПМ исходных данных.

Рисунки 1 и 2 иллюстрируют обмен смещения (частотного разрешения) и дисперсии периодограммы Уэлча для пары комплексных экспонент с амплитудами, равными 1.0, и цифровыми частотами 0.2 и 0.24 в аддитивной смеси с белым нормальным шумом с дисперсией, равной 1.0, при длине реализации $N=500$ отсчетов и выборе $D=50$, $S=25$ ($P=19$ сегментов) и $D=250$, $S=125$ ($P=3$ сегмента) соответственно.

Следует различать задачи оценки собственно СПМ процесса и, например, оценки измерения параметров синусоид (частот, амплитуд) в шумах по спектральной оценке, поскольку оптимальные характеристики спектральных анализаторов для этих задач будут существенно различаться [2].

Оценивание СПМ на основе моделей авторегрессии–скользящего среднего

Модель временного ряда для аппроксимации многих встречающихся на практике случайных процессов с дискретным временем соответствует выходному сигналу фильтра, который описывается следующим линейным разностным уравнением с комплексными коэффициентами:

$$\begin{aligned} x[n] &= \sum_{k=1}^p a[k]x[n-k] + \sum_{k=0}^q b[k]u[n-k] = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} h[k]u[n-k], \end{aligned} \quad (7)$$

где $x[n]$ – последовательность на выходе физически реализуемого (каузального) фильтра, $u[n]$ – входная возбуждающая последовательность (белый шум с нулевым средним и дисперсией ρ_w), $h[n]$ – импульсная характеристика фильтра ($h[k]$, при $k < 0$, $h[0] = 1$), $a[k]$ – коэффициенты авторегрессии, $b[k]$ – коэффициенты скользящего среднего ($b[0] = 1$). Процесс на выходе фильтра (7) называют соответствующим модели авторегрессии–скользящего среднего (АРСС) и он обозначается АРСС (p, q).

Спектральная плотность мощности для АРСС-модели имеет вид

$$P_{\text{АРСС}}(f) = T\rho_w \frac{\left| 1 + \sum_{k=1}^q b[k] \exp(-j2\pi kTf) \right|^2}{\left| 1 + \sum_{k=1}^p a[k] \exp(-j2\pi kTf) \right|^2}, \quad (8)$$

где $-\frac{1}{2T} \leq f \leq \frac{1}{2T}$, T – период взятия отсчетов.

Можно заметить, что значения АР-параметров $a[k]$ ($k = 1, 2, \dots, p$), СС-параметров $b[k]$, ($k = 1, 2, \dots, q$) и дисперсии белого шума ρ_w полностью определяют СПМ АРСС-процесса $x[n]$. Следовательно, оценка СПМ по наблюдаемым данным может быть сведена к оценке коэффициентов фильтра и дисперсии белого шума и подстановке их в (8).

Получены [2] соотношения, связывающие параметры АРСС-модели и автокорреляционную последовательность $r_{xx}[m]$ процесса $x[n]$:

$$r_{xx}[m] = \begin{cases} r_{xx}^*[-m], & m < 0, \\ -\sum_{k=1}^p a[k]r_{xx}[m-k] + \rho_w \sum_{k=m}^q b[k]h^*[k-m], & 0 \leq m \leq q, \\ -\sum_{k=1}^p a[k]r_{xx}[m-k], & m > q. \end{cases} \quad (9)$$

Из (9) очевидно, что АР-параметры АРСС-модели и автокорреляционная последовательность связаны системой линейных уравнений, а СС-параметры входят в (9) виде свертки с коэффициентами импульсной характеристики $h[k]$, что приводит к их нелинейной связи с АКП. Соотношения (9) позволяют сделать вывод о том, что для АРСС(p, q)-процесса задание p последовательных значений АКП позволяет однозначно продолжить ее до бесконечности с помощью рекуррентного соотношения. Именно этим обстоятельством можно объяснить высокую разрешающую способность оценок СПМ на основе АРСС-модели в сравнении с классическими процедурами получения оценок СПМ, в которых АКП вне интервала наблюдения полагается нулевой или периодически повторяемой, что, как правило, не соответствует поведению реальной АКП.

Частные варианты моделей получаются из (7), если положить $b[k] = 0$, ($k = 1, 2, \dots, q$) или $a[k] = 0$, ($k = 1, 2, \dots, p$). В первом случае получим авторегрессионную модель порядка p , обозначаемую АР(p), во втором – модель скользящего среднего порядка q , обозначаемую СС(q). Наибольшее внимание в практическом применении нашли АР-модели, поскольку для них характерны спектры с острыми пиками, что часто связывается с высоким частотным разрешением, и, кроме того, оценки АР-параметров получаются из решения систем линейных уравнений, в отличие от других моделей. Итак, АР-процесс описывается следующим линейным разностным уравнением с комплексными коэффициентами:

$$x[n] = -\sum_{k=1}^p a[k]x[n-k] + u[n], \quad (10)$$

и имеет СПМ

$$P_{AP}(f) = \frac{T\rho_w}{\left| 1 + \sum_{k=1}^p a[k] \exp(-j2\pi kTf) \right|^2}.$$

Полагая в (9) $q=0$, получаем уравнение, связывающее АКП с параметрами АР-модели, в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} r_{xx}[0] & r_{xx}[-1] & \cdot & \cdot & \cdot & r_{xx}[-p] \\ r_{xx}[1] & r_{xx}[0] & \cdot & \cdot & \cdot & r_{xx}[-p+1] \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ r_{xx}[p] & r_{xx}[p-1] & \cdot & \cdot & \cdot & r_{xx}[0] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ a[1] \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a[p] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_w \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

которое названо уравнением Юла–Уолкера (Yule–Walker) и используется для оценок параметров АР-модели на основе оценок АКП, получаемых по наблюдаемым данным. Поскольку корреляционная матрица в системе линейных уравнений (11) является теплицевой и эрмитовой, для решения системы используется эффективный рекуррентный алгоритм Левинсона. На основе связи АР-спектрального оценивания и процедуры линейного предсказания случайных процессов разработан целый набор эффективных алгоритмов нахождения оценок параметров АР-модели, в числе которых алгоритмы Берга, автокорреляционный, ковариационный, модифицированный ковариационный и другие [2], программно реализованные в настоящее время в системе инженерных и научных расчетов Matlab [4].

Характеристики спектральных оценок существенным образом зависят от выбора порядка АР-модели. Поскольку наилучшее значение порядка модели заранее, как правило, не известно, на практике приходится испытывать несколько порядков модели. При слишком низком порядке модели получаются сильно сглаженные спектральные оценки, при излишне высоком – увеличивается разрешение, но в спектре появляются ложные пики. Из упомянутых выше АР-методов спектрального оценивания более высокое разрешение при заданном порядке модели обеспечивают метод Берга, ковариационный и модифицированный ковариационный методы. Предложен ряд критериев для выбора порядка, которые хорошо работают для модельных сигналов, однако для данных, полученных из реальных процессов, выбор порядка модели пока еще носит субъективный, а не строго научный характер.

Моделирование выборочных данных суммой экспоненциальных функций (метод Прони)

В отличие от стохастических параметрических АРСС-моделей, в методе Прони для аппроксимации данных используется детерминированная экспоненциальная модель, вычисление спектральной плотности энергии (СПЭ) которой и составляет суть спектральной интерпретации метода Прони.

Предположим, что имеется N комплексных отсчетов данных $x[n]$, $n = \overline{0, N-1}$. Пусть мы хотим оценить $x[n]$ с помощью набора из p экспоненциальных функций с произвольными амплитудами A_k , частотами f_k , фазами Θ_k и коэффициентами затухания α_k :

$$\begin{aligned}\hat{x}[n] &= \sum_{k=1}^p A_k \exp[(\alpha_k + j2\pi f_k)nT + j\Theta_k] = \\ &= \sum_{k=1}^p h_k z_k^n,\end{aligned}\quad (12)$$

где $h_k = A_k \exp(j\Theta_k)$, $z_k = \exp[(\alpha_k + j2\pi f_k)T]$.

Отыскание параметров A_k , f_k , Θ_k , α_k и p , минимизирующих

$$\rho = \sum_{n=0}^{N-1} |\varepsilon[n]|^2,$$

где $\varepsilon[n] = x[n] - \hat{x}[n] = x[n] - \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1}$, пред-

ставляет трудную нелинейную задачу аппроксимации. Следует заметить, что такая постановка задачи в точности соответствует статистической формулировке задачи нахождения максимально правдоподобной оценки (МПО) неизвестных параметров модели сигнала (12) в аддитивной смеси его с белым гауссовым шумом [3, 4]. Для ее решения могут быть использованы различные итеративные алгоритмы оптимизации [7], требующие больших вычислительных затрат, что затрудняет использование этого подхода в реальном времени. Альтернативное субоптимальное решение, в котором используются решения двух систем линейных уравнений и процедура нахождения корней полинома, основано на методе наименьших квадратов Прони [2]. Ключевым моментом метода Прони является тот факт, что функция $\hat{x}[n]$ является импульсной характеристикой линейной системы, описываемой разностным уравнением с постоянными коэффициентами вида (10), в котором вход $u[n] = \delta[n]$ есть единичный импульс. Этот факт позволил оценить коэффициенты линейного фильтра ковариационным алгоритмом АРСС-оценивания, по которым определяется совокуп-

ность параметров z_k модели как корней характеристического полинома, соответствующего разностному уравнению фильтра. Остальные коэффициенты h_k находятся как решения системы нормальных линейных уравнений, минимизирующие сумму квадратов ошибок аппроксимации при известных параметрах z_k . Проблема выбора числа p экспонент в модели Прони эквивалентна проблеме выбора порядка АРСС-модели. Для процессов, состоящих из p вещественных незатухающих ($\alpha_k=0$) синусоид и шума, разработан модифицированный вариант метода Прони [2]. Возможны и другие «быстрые» варианты оценки частот синусоид, как точек максимумов периодограммы либо АРСС-оценки СПМ, исключаяющие процедуру нахождения корней полинома. Такие оценки частот синусоид, используемые как начальные их значения в итеративных процедурах оптимального оценивания параметров модели, могут существенно ускорить нахождение решения.

Результаты экспериментальных исследований

Изучение цифровой обработки сигналов, включая методы цифрового спектрального анализа, введено в учебный процесс на радиофизическом факультете ННГУ с начала 90-х годов, обеспечивается чтением спецкурсов, выполнением студентами и магистрантами цикла компьютерных лабораторных работ, курсовых, дипломных работ и магистерских диссертаций. Разработано необходимое учебно-методическое обеспечение для глубокого усвоения студентами изучаемого материала, которое обновляется с совершенствованием вычислительной техники и операционных систем [8–11]. За прошедший период в соавторстве со студентами выполнен большой объем экспериментальных исследований, результаты которых опубликованы в трудах научных конференций по радиофизике в период с 1994 по 2010 г. В этих работах, в частности, подтверждено существенно более высокое частотно-временное разрешение алгоритмов спектрального АРСС- и АРСС-оценивания, методов Прони и МПО, что позволило использовать их для измерения изменяющихся параметров модулированных и других нестационарных сигналов. Показана возможность использования этих алгоритмов в гибридных процедурах двумерного спектрального оценивания, кедральном анализе и инверсной фильтрации применительно к задачам радиолокации, для оценки спектров широкополосных сигналов.

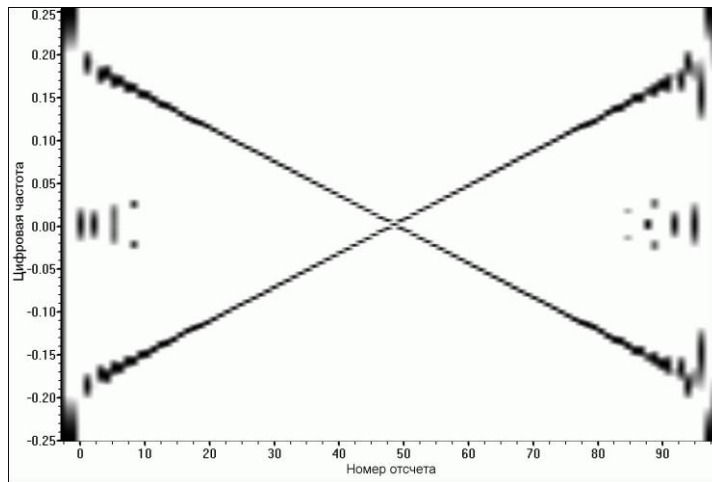


Рис. 3

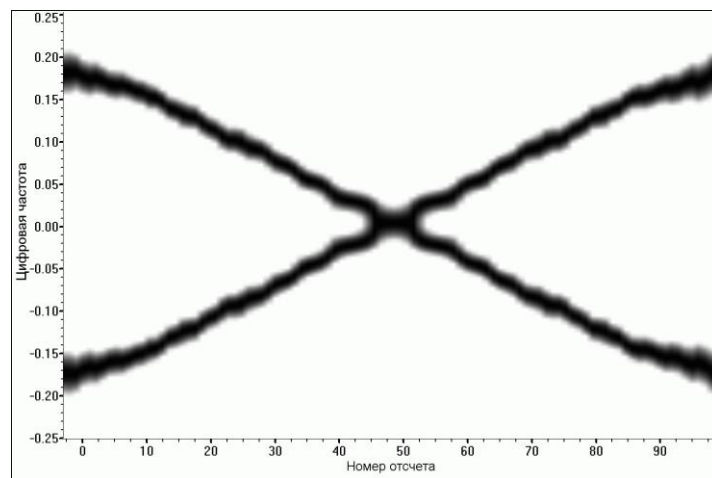


Рис. 4

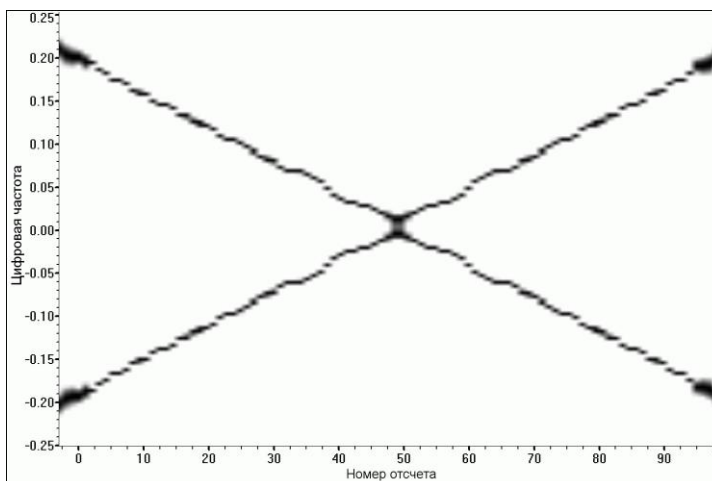


Рис. 5

В качестве иллюстрации характеристик частотно-временного разрешения рассмотренных методов спектрального оценивания на рис. 3–6 приведены измеренные частотно-временные распределения энергии (ЧВРЭ) двух комплексных ЛЧМ-сигналов с противоположными зако-

нами линейного изменения мгновенной частоты в пределах от (-0.2) до (0.2) на интервале 100 отсчетов. Методика оценки частотно-временного разрешения по величине площади области пересечения на определенном уровне нормированных ЧВРЭ таких сигналов с боль-

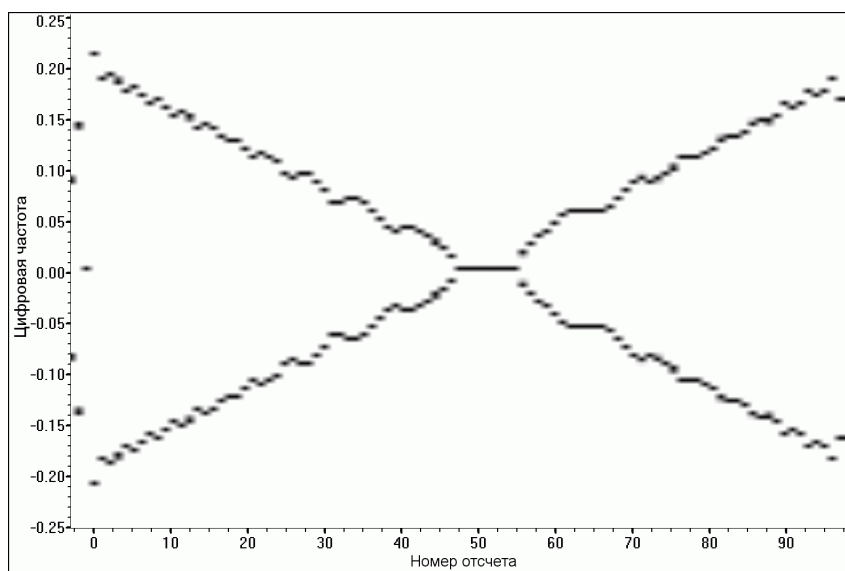


Рис. 6

шой базой предложена и обоснована в [9] для распределения Вигнера–Виля, которое для сравнения приведено на рис. 3. На рис. 4 представлено ЧВРЭ, полученное скользящей периодограммой в окне длиной 25 отсчетов, перемещаемом по длине реализации сигнала с шагом 1 отсчет. На рис. 5 и 6 отображены соответственно ЧВРЭ, измеренные с помощью модифицированного ковариационного метода на основе АР(2)-модели в скользящем окне длиной 11 отсчетов, и модифицированной модели Прони с порядком 2 в скользящем окне длиной 8 отсчетов. Очевидно высокое частотно-временное разрешение этих методов при отсутствии перекрестных компонентов, затрудняющих в ряде случаев интерпретацию нелинейного алгоритма распределения Вигнера–Виля для наилучших параметров частотно-временного разрешения.

Заключение

Цифровое спектральное оценивание имеет в настоящее время чрезвычайно широкую область практических применений и остается предметом активных исследований, цель которых – поиск более совершенных методов оценивания при высокой эффективности вычислительных алгоритмов.

Список литературы

1. Кэй С.М., Марпл С.Л. Современные методы спектрального анализа: Обзор // ТИИЭР. 1981. Т. 69. № 11. С. 5–50.
2. Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.
3. Advance Topics in Signal Processing / Ed. by J. Lim, A. Oppenheim. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1998. 515 p.
4. Blanchet G., Charbit M. Digital signal and image processing using MATLAB. ISTE Ltd, USA, 2006. 763 p.
5. Сверхбольшие интегральные схемы и современная обработка сигналов / Под ред. С. Гуна, Х. Уайтхауса, Т. Кайлата. М.: Радио и связь, 1989. 472 с.
6. Шахтарин Б.И., Ковригин В.А. Методы спектрального оценивания случайных процессов: Учебное пособие. М.: Гелиос АРВ, 2005. 248 с.
7. Лупов С.Ю., Серебряков А.М., Фрадкина Е.П. Оценка оптимальных параметров экспоненциальной и синусоидальной моделей отрезка дискретного сигнала // Вестник ННГУ. 2011. № 2. С. 60–68.
8. Лупов С.Ю., Фрадкина Е.П. Лабораторная установка для учебного курса «Цифровая обработка сигналов» // Открытое образование. 2009. № 5. С. 30–34.
9. Кривошеев В.И., Лебедев Ю.П. Спектрально-временной анализ линейных систем и анализаторов спектра: Учебное пособие. Горький: Изд. ГГУ, 1983. 76 с.
10. Кривошеев В.И. Цифровая обработка сигналов: Учебное пособие. Н. Новгород: Изд. ННГУ, 2006. 232 с.
11. Кривошеев В.И. Современные методы цифровой обработки сигналов (цифровой спектральный анализ): Учебно-методические материалы. Н. Новгород: ННГУ, 2006. 117 с. <http://www.unn.ru/pages/e-library/aids/2006/7.pdf> (дата обращения 21.04.2011).

ON SOME OPPORTUNITIES AND PROBLEMS OF MODERN DIGITAL SPECTRAL ANALYSIS*V.I. Krivosheev, S.Yu. Lupov*

Power spectral density (PSD) estimation algorithms of stationary discrete random processes are considered, including classical (periodogram and correlogram) and parametric algorithms based on autoregressive moving average (ARMA) and Prony models. The opportunities, problems, advantages and disadvantages of the algorithms in their application to the analysis of limited duration signals are discussed.

Keywords: periodogram spectrum estimating, autoregressive moving average model, Prony method, parametric spectral estimation.